

Probleme de numărare

I) Fie mulțimea A o mulțime cu n elemente.

- 1. Numărul submulțimilor de k elemente ale lui A este C_n^k .**
- 2. Numărul submulțimilor ordonate de k elemente ale lui A este A_n^k .**
- 3. Numărul tuturor submulțimilor lui A este 2^n .**

Ex.

1. Se consideră mulțimea $A = \{1,2,3,4,5,6\}$.
 - a) Câte submulțimi cu două elemente are A ?
 - b) Câte submulțimi cu patru elemente are A ?
 - c) Câte submulțimi cu cel puțin două elemente are A ?
 - d) Câte submulțimi cu cel mult trei elemente are A ?
 - e) Câte submulțimi cu patru elemente ale lui A conțin elementul 1?
 - f) Câte submulțimi cu patru elemente ale lui A conțin elementele 1 și 2?
 - g) Câte submulțimi cu cinci elemente ale lui A conțin elementele 1, 2 și 6?
 - h) Care este probabilitatea ca alegând o submulțime dintre submulțimile nevide ale lui A , aceasta să aibă două elemente?
 - i) Care este probabilitatea ca alegând o submulțime dintre submulțimile nevide ale lui A , aceasta să aibă cel mult două elemente?
 - j) Câte submulțimi cu patru elemente ale lui A conțin exact două elemente pare?
 - k) Câte submulțimi cu cinci elemente ale lui A conțin exact două elemente pare?
 - l) Care este probabilitatea ca alegând o submulțime cu patru elemente ale lui A , aceasta să aibă exact două elemente impare?
 - m) Care este probabilitatea ca alegând o submulțime cu cinci elemente ale lui A , aceasta să aibă exact două elemente impare?
2. Se consideră mulțimea $A = \{1,2,3,4,5,6\}$.
 - a) Câte numere cu două cifre distincte putem forma cu elementele din A ?
 - b) Câte numere cu trei cifre distincte putem forma cu elementele din A ?
 - c) Câte numere cu cel mult trei cifre distincte putem forma cu elementele din A ?
 - d) Câte numere cu trei cifre distincte încep cu 1?
 - e) Câte numere cu patru cifre distincte încep cu 1 și se termină cu 6?
 - f) Câte numere cu patru cifre distincte sunt divizibile cu 5?
 - g) Care este probabilitatea ca alegând un număr de patru cifre distincte format cu elementele din A , acesta să fie număr par?

3. Se consideră mulțimea $A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$.
 - a) Câte numere cu două cifre distincte putem forma cu elementele din A ?
 - b) Câte numere cu trei cifre distincte putem forma cu elementele din A ?
 - c) Câte numere cu cel mult trei cifre distincte putem forma cu elementele din A ?
 - d) Câte numere cu trei cifre distincte încep cu 1?
 - e) Câte numere cu patru cifre distincte încep cu 1 și se termină cu 6?
 - f) Câte numere cu patru cifre distincte sunt divizibile cu 5?
 - g) Care este probabilitatea ca alegând un număr de patru cifre distincte format cu elementele din A , acesta să fie număr impar?

II) Fie mulțimea A o mulțime cu n elemente și B o mulțime cu m elemente.

1. Numărul funcțiilor $f: A \rightarrow B$, este $(card B)^{card A} = m^n$.
2. Numărul funcțiilor injective $f: A \rightarrow B$, este A_n^k .
3. Numărul funcțiilor strict crescătoare (strict descrescătoare) $f: A \rightarrow B$, este C_n^k .
4. Dacă $n = m$, atunci numărul funcțiilor bijective $f: A \rightarrow B$ este $P_n = n!$.

Ex.

1. Se consideră funcțiile $f: \{1,2,3,4,5\} \rightarrow \{1,2,3,4,5,6,7\}$.
 - a) Câte funcții există?
 - b) Câte funcții sunt injective?
 - c) Câte funcții au proprietatea că $f(1) = 1$?
 - d) Câte funcții au proprietatea că $f(1) = f(2) = 1$?
 - e) Câte funcții au proprietatea că $f(1) = 1$ și $f(2) = 7$?
 - f) Câte funcții au proprietatea că $f(1) + f(2) = 13$?
 - g) Câte funcții au proprietatea că $f(1) \cdot f(2) = 30$?
 - h) Câte funcții sunt strict monotone?
2. Se consideră mulțimea $A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$.
 - a) Câte numere cu două cifre putem forma cu elementele din A ?
 - b) Câte numere cu trei cifre putem forma cu elementele din A ?
 - c) Câte numere cu cel mult trei cifre putem forma cu elementele din A ?
 - d) Câte numere cu trei cifre încep cu 1?
 - e) Câte numere cu patru cifre încep cu 1 și se termină cu 6?
 - f) Câte numere cu patru cifre sunt divizibile cu 5?
 - g) Care este probabilitatea ca alegând un număr de patru cifre format cu elementele din A , acesta să fie număr impar?